

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI
Etapa locală-februarie 2013
Filiera tehnologică: profilul tehnic
Barem de corectare clasa IX

1. Rezolvați în mulțimea numerelor reale următoarele ecuații:

a) $5x^2 - 6x + 1 = 0$.

b) $5|x|^2 - 6|x| + 1 = 0$, unde $|x|$ reprezintă modulul numărului real x .

c) $5[x]^2 - 6[x] + 1 = 0$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real x .

Soluție :

a) $\Delta = 16$1p

$x_1 = 1$1p

$x_2 = \frac{1}{5}$1p

b) Folosind punctul a) obținem $|x| = 1 \Rightarrow x = \pm 1$1p

$|x| = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{5}$1p

c) Folosind punctul a) obținem $[x] = 1 \Rightarrow x \in [1, 2)$1p

$[x] = \frac{1}{5}$ fals.....1p

2. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$, se cunosc termenii $a_7 = 10$ și $a_{10} = 7$. Să se determine a_{17} .

Soluție:

$a_7 = a_1 + 6r = 10$1p

$a_{10} = a_1 + 9r = 7$1p

Rezolvând sistemul format cu cele două relații se obține $r = -1$2p

$a_1 = 16$1p

Atunci $a_{17} = a_1 + 16r = 16 - 16 = 0$2p

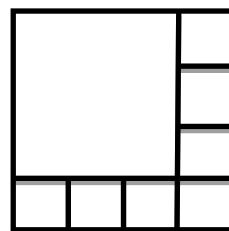
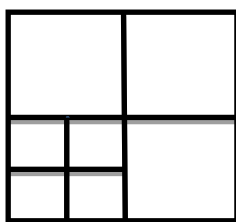
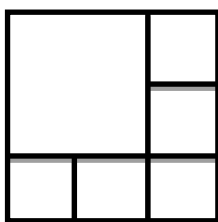
3. Se consideră un pătrat ABCD.

a) Descompuneți pătratul în 6, 7, respectiv 8 pătrate.

b) Demonstrați că pătratul se poate descompune în n pătrate, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 6$.

Soluție:

a)



Se acordă câte un punct pentru fiecare desen corect.....3p

b) Se presupune că un pătrat se poate descompune în k pătrate.....1p

Unul din cele k pătrate se împarte în 4 pătrate, obținându-se

astfel $k+3$ pătrate.....2p

Este metoda inducției cu pasul 3, adică $P(k) \rightarrow P(k+3)$1p

4. Se dau numerele $a = \sqrt{75} - 3\sqrt{3^2 - 2^2}$ și $b = 5\sqrt{9^{n+1} : 3^{2n+1}} + \sqrt{45}$.

a) Calculați numerele a , b și ab .

b) Calculați suma inverselor numerelor a și b .

Soluție:

a) $a = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$2p

$b = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$2p

$ab=30$1p

b) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3}$2p